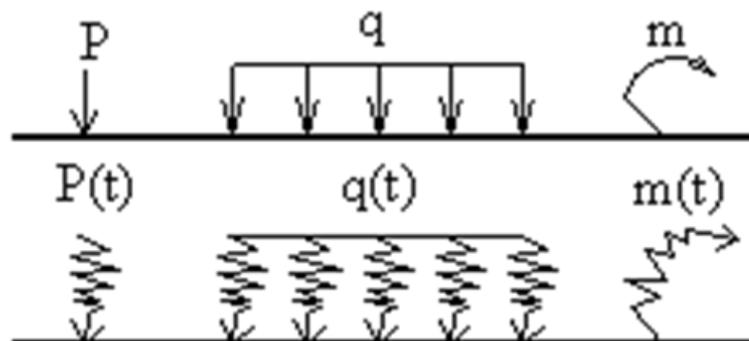


Лекция 11

Динамическое действие сил



Статическая нагрузка – нагрузка постоянная или медленно изменяющаяся так, что силами инерции можно пренебречь.

Динамическая нагрузка – нагрузка быстро меняющая свое значение или место приложения.

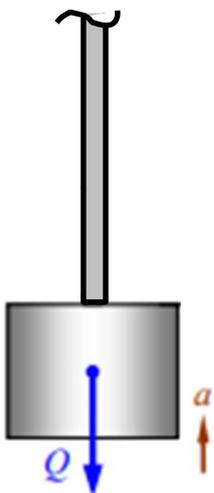
Метод расчета с учетом динамической нагрузки основан на применении **принципа Даламбера**

Принцип Даламбера: Всякое движущееся тело можно рассматривать как находящееся в состоянии мгновенного равновесия, если к действующим на него внешним силам добавить силу инерции, равную произведению массы тела на его ускорение ($J = m \cdot a$) и направленную в сторону, противоположную ускорению.

РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА. ДИНАМИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Груз Q поднимают с постоянным ускорением a тросом с площадью поперечного сечения A , изготовленным из материала с объемным весом γ .

Определить напряжение в тросе.



Используем принцип Даламбера.

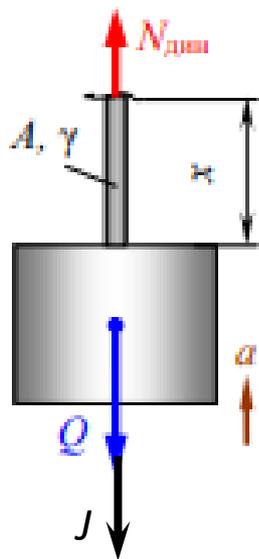
Прикладываем к грузу силу инерции J , направленную в сторону противоположную движению груза.

На груз действуют: сила тяжести ($Q = m \cdot g$), сила натяжения троса ($N_{\text{дин.}}$) и сила инерции ($J = m \cdot a$).

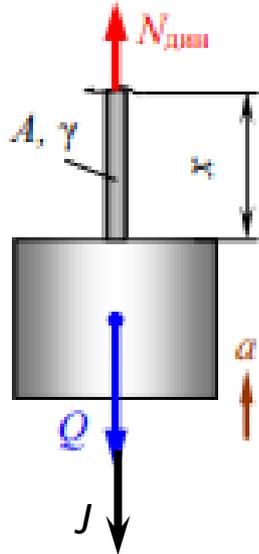
Методом сечений определяем внутреннее усилие в произвольном сечении троса

$$N_{\text{дин}} = Q + J = Q + \frac{Q}{g} a = Q \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

g – ускорение свободного падения



В покое статическое усилие $N_{ст} = Q$



тогда формулу $N_{дин} = Q + J = Q + \frac{Q}{g}a = Q\left(1 + \frac{a}{g}\right)$

можно представить $N_{дин.} = N_{ст} \left(1 + \frac{a}{g}\right)$

Отношение динамического значения некоторого фактора (усилия, напряжения, перемещения) к соответствующему статическому значению этого фактора называют **динамическим коэффициентом**.

$$K_{дин} = \frac{N_{дин}}{N_{ст}} = 1 + \frac{a}{g}$$

Если учитывать вес троса, то внутренние усилия в нем $N_{ст} = Q + \gamma \cdot A \cdot x$

Динамическое напряжение в тросе $\sigma_{дин.} = \frac{N_{дин.}}{A} = \frac{N_{ст.} K_{дин.}}{A} = \sigma_{ст.} K_{дин.}$

Условие прочности

$$\sigma_{дин} \leq [\sigma] \Rightarrow \sigma_{ст} K_{дин} \leq [\sigma].$$

Напряжение в тросе для рассматриваемого примера можно определить по формуле

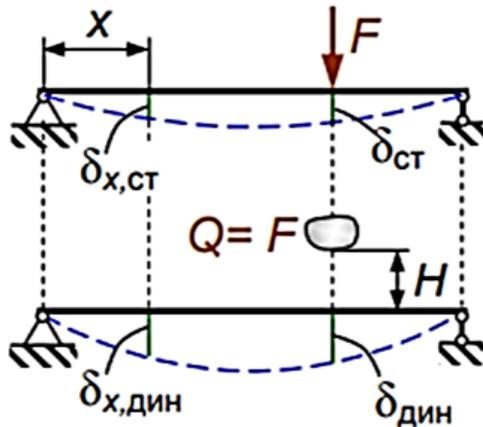
$$\sigma_{дин.} = \frac{N_{ст.} K_{дин.}}{A} = \left(\frac{Q + \gamma \cdot A \cdot x}{A}\right) \left(1 + \frac{a}{g}\right) = \left(\frac{Q}{A} + \gamma \cdot x\right) \left(1 + \frac{a}{g}\right) \leq [\sigma]$$

УДАРНОЕ ДЕЙСТВИЕ НАГРУЗКИ

Удар – взаимодействие тел, при котором за очень малый промежуток времени скачкообразно возникают конечные изменения скорости соударяемых тел.

Принимаемые допущения:

- удар неупругий, то есть тела после соударения не отделяются друг от друга и движутся совместно; после соударения в некоторый момент времени скорость перемещения ударяющего груза становится равной нулю;



- вид деформированной системы (эюра перемещений) при ударе в любой момент времени подобен виду деформированного состояния системы при статическом нагружении:

$$\frac{\delta_{x,дин}}{\delta_{x,ст}} = \frac{\delta_{дин}}{\delta_{ст}} = K_{дин}$$

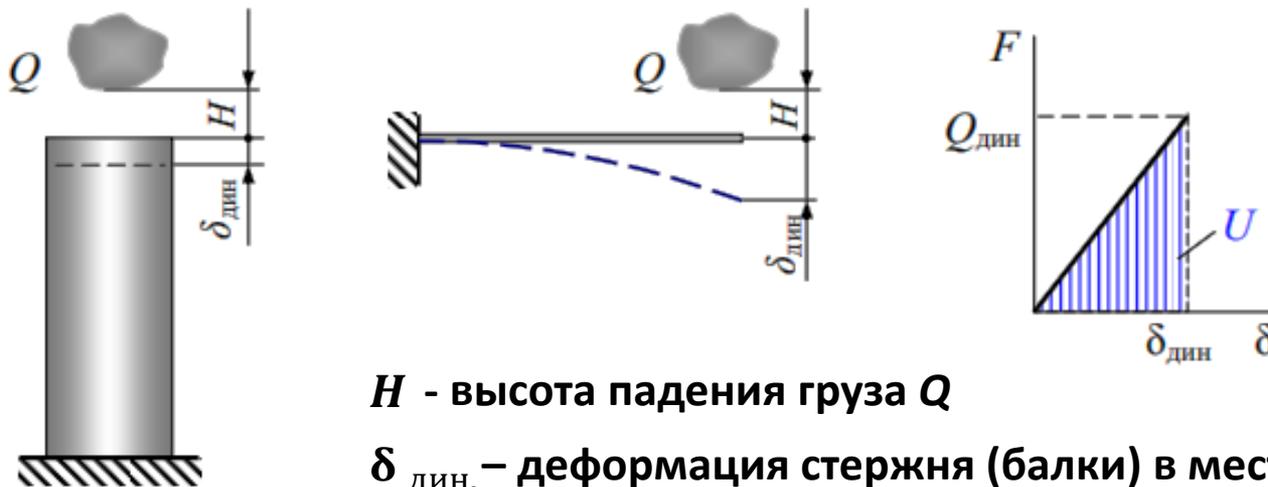
$\delta_{x,дин.}, \delta_{x,ст.}$ – динамический и статический прогиб в произвольном сечении x ;

$\delta_{дин.}, \delta_{ст.}$ – динамический и статический прогиб в точке соударения;

- масса ударяемого тела считается малой по сравнению с массой ударяющего тела;
- напряжения при ударе не превосходят предела пропорциональности так, что закон Гука при ударе сохраняет силу;
- потерей части энергии, перешедшей в теплоту колебания, пренебрегают.

Динамический коэффициент без учета сил инерции ударяемого тела

Груз Q , падая с высоты H , деформирует систему на $\delta_{\text{дин.}}$



H - высота падения груза Q

$\delta_{\text{дин.}}$ - деформация стержня (балки) в месте соударения

Работа, совершаемая грузом Q на перемещении $(H + \delta_{\text{дин.}})$

$$W = Q (H + \delta_{\text{дин.}})$$

Сила, деформирующая стержень (балку) от момента соударения до остановки груза, изменяется от нуля до значения $Q_{\text{дин.}}$

При этом потенциальная энергия упругой деформации стержня

$$U = \frac{1}{2} Q_{\text{дин.}} \cdot \delta_{\text{дин.}}$$

На основании закона сохранения энергии работа W внешних сил равна потенциальной энергии U системы:

$$W = U$$

$$Q \cdot H + Q \cdot \delta_{\text{дин}} = \frac{1}{2} Q_{\text{дин}} \cdot \delta_{\text{дин}}.$$

Принимая допущения

$$Q_{\text{дин}} = Q \cdot K_{\text{дин}}; \quad \delta_{\text{дин}} = \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}},$$

получим

$$Q \left(H + \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}} - \frac{1}{2} K_{\text{дин}} \cdot \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}} \right) = 0.$$

$$2H + 2\delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}} - \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}}^2 = 0;$$

$$K_{\text{дин}}^2 - 2K_{\text{дин}} - \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}} = 0.$$

Решая уравнение относительно динамического коэффициента, получим

$$K_{\text{дин}} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}}}.$$

Так как динамический коэффициент отрицательным быть не может, то

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}}}.$$

При свободном падении тела $mgH = \frac{mV^2}{2}$, откуда $H = \frac{V^2}{2g}$.

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{V^2}{g \cdot \delta_{\text{ст}}}}.$$

ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

Большинство деталей машин, энергетических установок, химических аппаратов испытывают переменные напряжения, циклически изменяющиеся во времени.

В некоторых случаях доля циклической составляющей в общей нагрузке невелика и при расчетах на прочность не учитывается. В других случаях пренебрежение переменной составляющей нагрузки или ее неправильный учет приводит к авариям и разрушениям подчас с тяжелыми последствиями и человеческими жертвами.

Анализ случаев поломок машин свидетельствует о том, что большинство поломок (80–90 %) происходит вследствие усталости металлов. Этот вид разрушения металлов наблюдается при повторном и повторно-переменном действии нагрузки.

Усталость материалов

Усталость – процесс постепенного накопления повреждений под действием переменных напряжений, приводящий к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению.

Выносливость – свойство материала противостоять усталости. Весь диапазон чисел циклов, где возникает разрушение от переменных нагрузок, условно разбит на две области: малоциклового и многоциклового усталости.

Усталостное повреждение – необратимое изменение физикомеханических свойств материала объекта под действием переменных напряжений. Накопление повреждений начинается задолго до окончательного разрушения. Разрушение, как правило, наступает внезапно.

Усталостное разрушение – разрушение материала нагружаемого объекта до полной потери его прочности или работоспособности вследствие распространения усталостной трещины.

Усталостная трещина – частичное разделение материала под действием переменных напряжений.

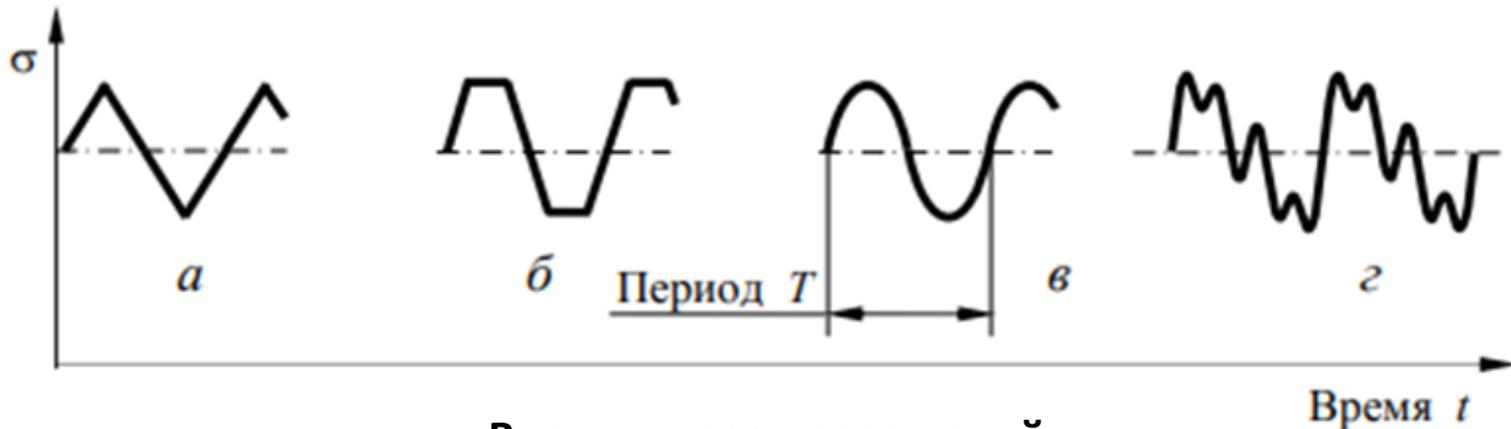
Циклы напряжений

В подавляющем числе случаев напряжение в элементах механических систем изменяется периодически. Законы изменения во времени t переменных напряжений σ могут быть различными, что обусловлено кинематикой механизма и взаимодействием движущихся систем.

Совокупность последовательных значений напряжений за один период их изменения T называют **циклом напряжений**.

Цикл - замкнутая однократная смена напряжений, проходящих непрерывный ряд значений.

Период - время T , в течение которого протекает один цикл.

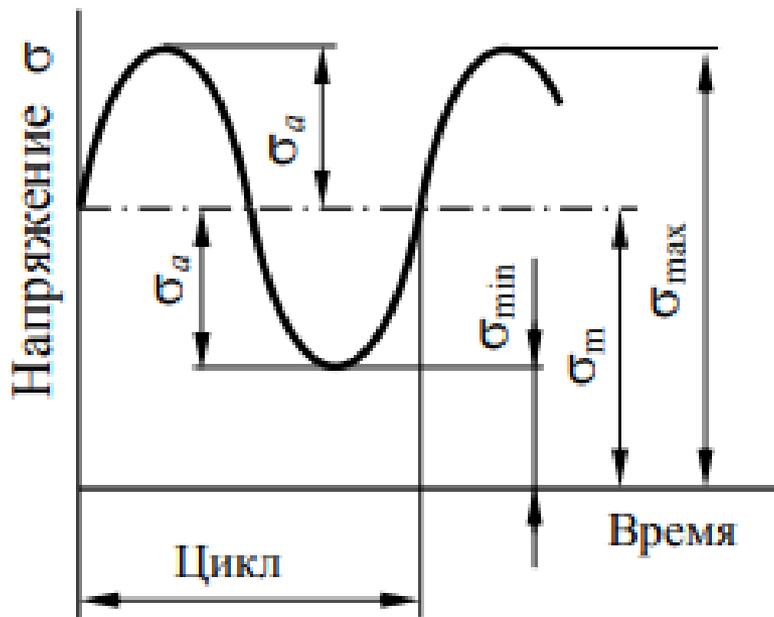


Виды циклов напряжений:

а – треугольный; б – трапецеидальный; в – гармонический; г – результат сложения трех гармонических циклов с различной частотой и амплитудой

Максимальное напряжение цикла σ_{\max} – наибольшее по алгебраическому значению напряжение цикла.

Минимальное напряжение цикла σ_{\min} – наименьшее по алгебраическому значению напряжение цикла.

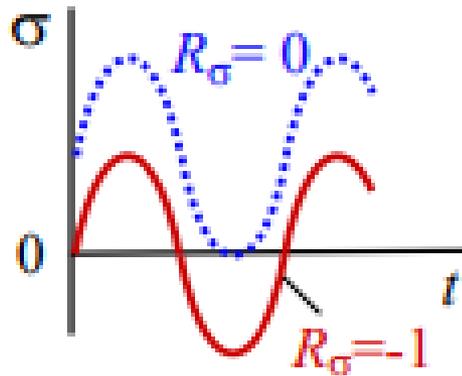


Среднее напряжение цикла σ_m – постоянная составляющая цикла напряжений, равная алгебраической полусумме максимального и минимального напряжений цикла:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}.$$

Амплитуда напряжений цикла σ_a – наибольшее числовое положительное значение переменной составляющей цикла, равной алгебраической полуразности максимального и минимального напряжений цикла :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$



Коэффициент асимметрии цикла напряжений R_σ – отношение минимального напряжения цикла к максимальному

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

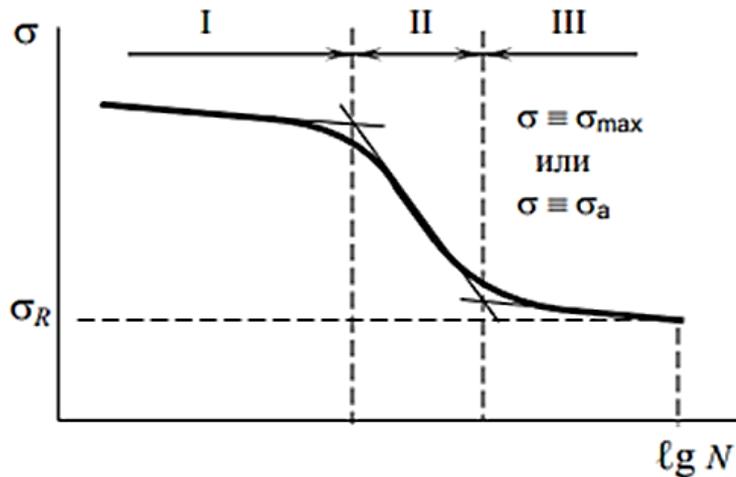
При испытаниях на выносливость наиболее употребительны симметричный и отнулевой циклы.

Симметричный цикл напряжений – цикл, у которого максимальное и минимальное напряжения равны по абсолютному значению, но противоположны по знаку $R_\sigma = -1$

Отнулевой цикл напряжений – знакопостоянный цикл напряжений, изменяющихся от нуля до максимума $R_\sigma = 0$

Кривая усталости и предел выносливости

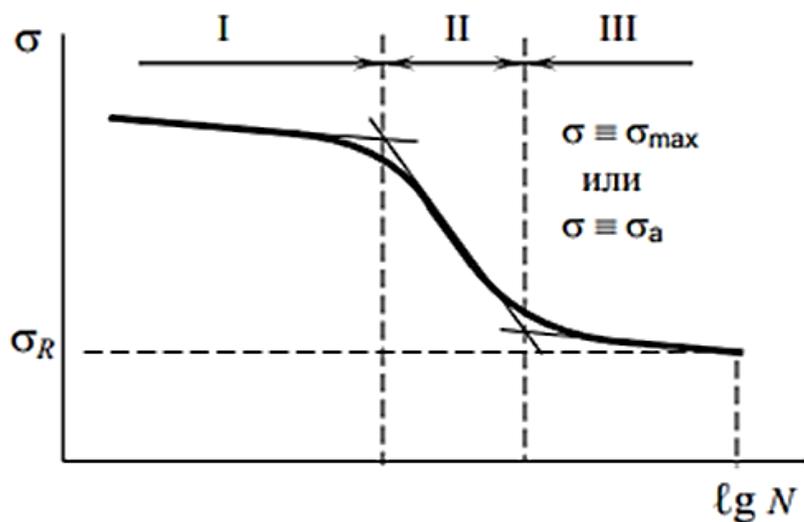
Кривая усталости – график, характеризующий зависимость между максимальными напряжениями σ_{max} или амплитудами цикла σ_a и циклической долговечностью N одинаковых образцов, построенный при фиксированном среднем напряжении цикла $\sigma_m = const$, или при заданном коэффициенте асимметрии цикла напряжений $R = const$.



Кривую усталости представляют как в полулогарифмических ($\sigma - \lg N$), так и в двойных ($\lg \sigma - \lg N$) логарифмических координатах (реже).

Благодаря особенности логарифмической шкалы на ней можно отложить циклическую долговечность, исчисляемую как единицами, так десятками и сотнями миллионов циклов без потери физической сущности явления.

Зависимость между действующими напряжениями и числом циклов до разрушения имеет вид, называемый в литературе S-образным, что обусловлено наличием на кривой усталости двух перегибов и трех основных участков, отличающихся типом разрушения



Характерные участки кривой усталости при асимметричном нагружении

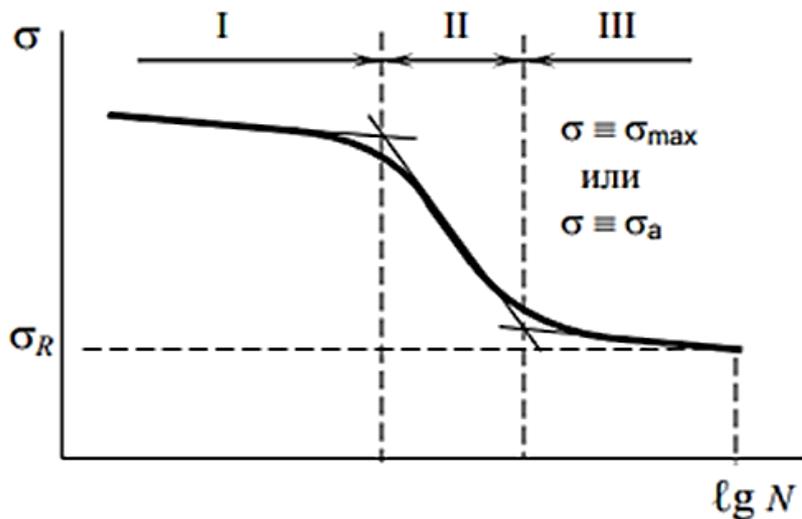
В пределах I-го участка происходит выделение и накопление односторонней деформации, приводящей к разрушению, по всем признакам аналогичному статическому растяжению. Из-за этого участок получил название участка (области) квазистатического разрушения. Протяженность I-го участка зависит от характеристик прочности и пластичности, коэффициента асимметрии цикла напряжений и составляет от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч циклов. При симметричном цикле напряжений ($R = -1$) участок I вырождается.

В пределах участка III-го участка

остаточное удлинение δ и сужение ψ почти отсутствуют ($\psi \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$). Разрушение имеет хрупкий характер и происходит от усталостной трещины (усталостное разрушение). В некоторых случаях участок кривой усталости переходит в горизонтальную линию, соответствующую пределу выносливости σ_R .

Этот участок получил название участка (области) **многоциклового усталости**.

Многоцикловая усталость – усталость материала, при которой усталостное повреждение или разрушение происходит в основном при упругом деформировании.



Характерные участки кривой усталости при асимметричном нагружении

На участке II происходит переход от квазистатического типа разрушения (участок I) к усталостному (участок III). Для участка II характерны признаки двух типов разрушения: хрупкого от усталостной трещины и вязкого – от накопленной односторонней деформации. На фоне развитой шейки можно наблюдать трещины разной длины и степени раскрытия. Этим участком ограничивается область малоциклового усталости.

Малоцикловая усталость – усталость материала, при которой усталостное повреждение или разрушение происходит при упругопластическом деформировании.

Предел выносливости σ_R – максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостное разрушение до базы испытаний.

Для симметричного цикла $\sigma_R \equiv \sigma_{-1}$.

Для отнулевого цикла $\sigma_R \equiv \sigma_0$.

База испытаний – предварительно задаваемая наибольшая продолжительность испытаний на усталость. Для черных металлов принята база, равная 10^7 циклов; для цветных металлов – 10^8 циклов. Иногда для оценки усталостной прочности назначают другую базу испытаний, например 10^4 или 10^5 . Тогда определяют ограниченный предел выносливости, соответствующий заданному числу циклов.

Предел выносливости определяют по результатам испытаний. Природа накопления усталостных повреждений такова, что результаты испытаний могут иметь значительный случайный разброс, на порядок и более. Для получения достоверных характеристик прочности материала при циклическом нагружении требуется от нескольких десятков до нескольких сотен однотипных образцов. Метод трудоемок и продолжителен по времени. Так, при испытании на изгиб с вращением при частоте нагружения $n = 3000$ об/мин для наработки базы испытаний 10^7 циклов одним образцом требуется 3333 минуты, или 55,5 часов, или 2,3 суток при безостановочной работе. Полный цикл испытаний занимает несколько недель или месяцев.

Разработаны ускоренные методы испытаний, а также предлагаются эмпирические зависимости, устанавливающие связь предела выносливости с характеристиками прочности и пластичности.

РАСЧЕТЫ НА ВЫНОСЛИВОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Факторы, влияющие на усталостную прочность:

- 1) концентрация напряжений;
- 2) абсолютные размеры детали (масштабный фактор);
- 3) качество обработки поверхности и состояние поверхностного слоя;
- 4) состояние макро- и микроструктуры изделия;
- 5) состояние внешней среды: температура, облучение, агрессивность;
- 6) технологические методы упрочнения.

В связи с этим расчеты на усталость выполняют, как правило, поверочные.

Вычисляют предел выносливости $\sigma_{-1д}$ реальной детали, ориентируясь на предел выносливости σ_{-1} лабораторного образца (гладкого, полированного), полученный в результате статистической обработки результатов экспериментов:

$$\sigma_{-1д} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{K},$$

где K – коэффициент, учитывающий влияние перечисленных выше факторов.

Вычисляют коэффициенты запаса прочности отдельно по нормальным напряжениям при растяжении или изгибе и по касательным напряжениям при кручении:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m}, \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m}.$$

В случае одновременного действия нормальных и касательных напряжений общий коэффициент запаса прочности находят с учетом обоих частных коэффициентов

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

Деталь считают работоспособной, если $n \geq [n]$.

- Нормативный запас прочности $[n]$** может зависеть от следующих факторов:
- 1) достоверной точности определения усилий и напряжений и напряжений;
 - 2) однородности материала;
 - 3) культуры производства и технологии изготовления детали;

В зависимости от перечисленных выше факторов выделяют **три группы значений допускаемого коэффициента запаса прочности** при расчетах на выносливость:

- 1) группа $[n] = 1,3-1,5$ назначается при повышенной точности расчета с использованием экспериментальных данных определения усилий для деталей, изготовленных из однородного материала при качественной технологии и высокой культуре производства (например, коленчатые валы);
- 2) группа $[n] = 1,5-2$ назначается при недостаточно полном объеме экспериментальной информации о нагрузках и прочности детали, при среднем уровне культуры производства, но в условиях систематического дефектоскопического контроля;
- 3) группа $[n] = 2-3$ назначается при малом объеме или отсутствии экспериментальной информации, высоком уровне производства.