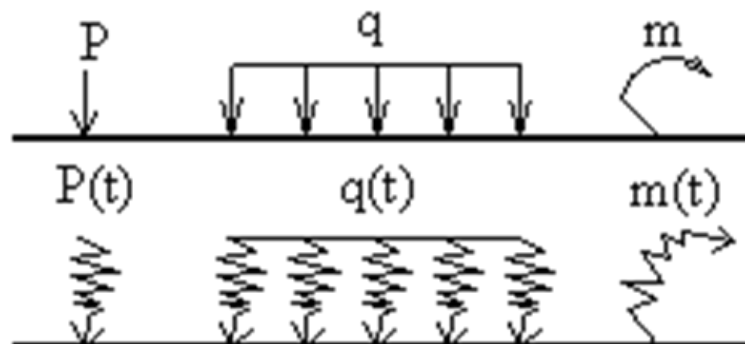


# Лекция 11

## Динамическое действие сил



**Статическая нагрузка** – нагрузка постоянная или медленно изменяющаяся так, что силами инерции можно пренебречь.

**Динамическая нагрузка** – нагрузка быстро меняющая свое значение или место приложения.

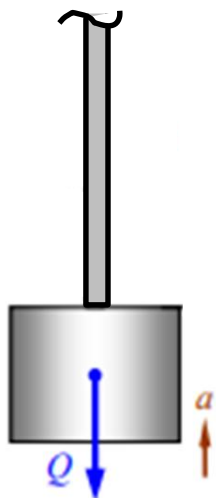
Метод расчета с учетом динамической нагрузки основан на применении **принципа Даламбера**

**Принцип Даламбера:** Всякое движущееся тело можно рассматривать как находящееся в состоянии мгновенного равновесия, если к действующим на него внешним силам добавить силу инерции, равную произведению массы тела на его ускорение ( $J = m \cdot a$ ) и направленную в сторону, противоположную ускорению.

## РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА. ДИНАМИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Груз  $Q$  поднимают с постоянным ускорением  $a$  тросом с площадью поперечного сечения  $A$ , изготовленным из материала с объемным весом  $\gamma$ .

Определить напряжение в тросе.



Используем принцип Даламбера.

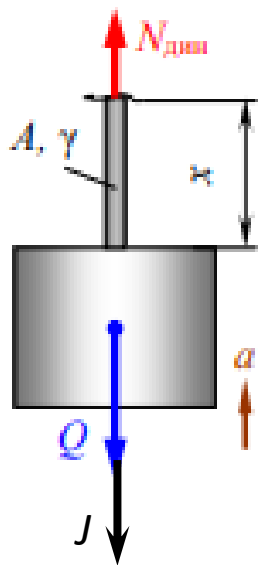
Прикладываем к грузу силу инерции  $J$ , направленную в сторону противоположную движению груза.

На груз действуют: сила тяжести ( $Q = m \cdot g$ ), сила натяжения троса ( $N_{\text{дин.}}$ ) и сила инерции ( $J = m \cdot a$ ).

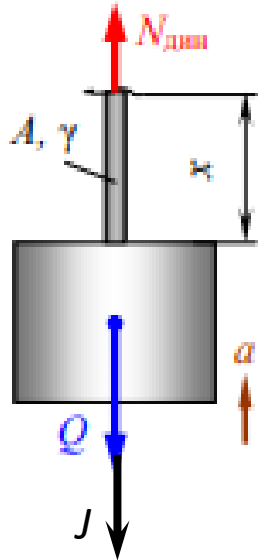
Методом сечений определяем внутреннее усилие в произвольном сечении троса

$$N_{\text{дин}} = Q + J = Q + \frac{Q}{g} a = Q \left( 1 + \frac{a}{g} \right)$$

$g$  – ускорение свободного падения



В покое статическое усилие  $N_{ст} = Q$



тогда формулу  $N_{дин} = Q + J = Q + \frac{Q}{g}a = Q\left(1 + \frac{a}{g}\right)$

можно представить  $N_{дин.} = N_{ст} \left(1 + \frac{a}{g}\right)$

Отношение динамического значения некоторого фактора (усилия, напряжения, перемещения) к соответствующему статическому значению этого фактора называют **динамическим коэффициентом**.

$$K_{дин} = \frac{N_{дин}}{N_{ст}} = 1 + \frac{a}{g}$$

Если учитывать вес троса, то внутренние усилия в нем  $N_{ст} = Q + \gamma \cdot A \cdot x$

Динамическое напряжение в тросе  $\sigma_{дин.} = \frac{N_{дин.}}{A} = \frac{N_{ст.} K_{дин.}}{A} = \sigma_{ст.} K_{дин.}$

Условие прочности  $\sigma_{дин} \leq [\sigma] \Rightarrow \sigma_{ст} K_{дин} \leq [\sigma]$ .

Напряжение в тросе для рассматриваемого примера можно определить по формуле

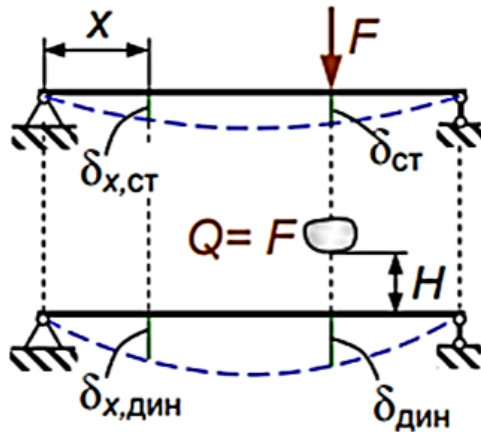
$$\sigma_{дин.} = \frac{N_{ст.} K_{дин.}}{A} = \left(\frac{Q + \gamma \cdot A \cdot x}{A}\right) \left(1 + \frac{a}{g}\right) = \left(\frac{Q}{A} + \gamma \cdot x\right) \left(1 + \frac{a}{g}\right) \leq [\sigma]$$

## УДАРНОЕ ДЕЙСТВИЕ НАГРУЗКИ

**Удар** – взаимодействие тел, при котором за очень малый промежуток времени скачкообразно возникают конечные изменения скорости соударяемых тел.

### Принимаемые допущения:

- удар неупругий, то есть тела после соударения не отделяются друг от друга и движутся совместно; после соударения в некоторый момент времени скорость перемещения ударяющего груза становится равной нулю;



- вид деформированной системы (эюра перемещений) при ударе в любой момент времени подобен виду деформированного состояния системы при статическом нагружении:

$$\frac{\delta_{x,дин}}{\delta_{x,ст}} = \frac{\delta_{дин}}{\delta_{ст}} = K_{дин}$$

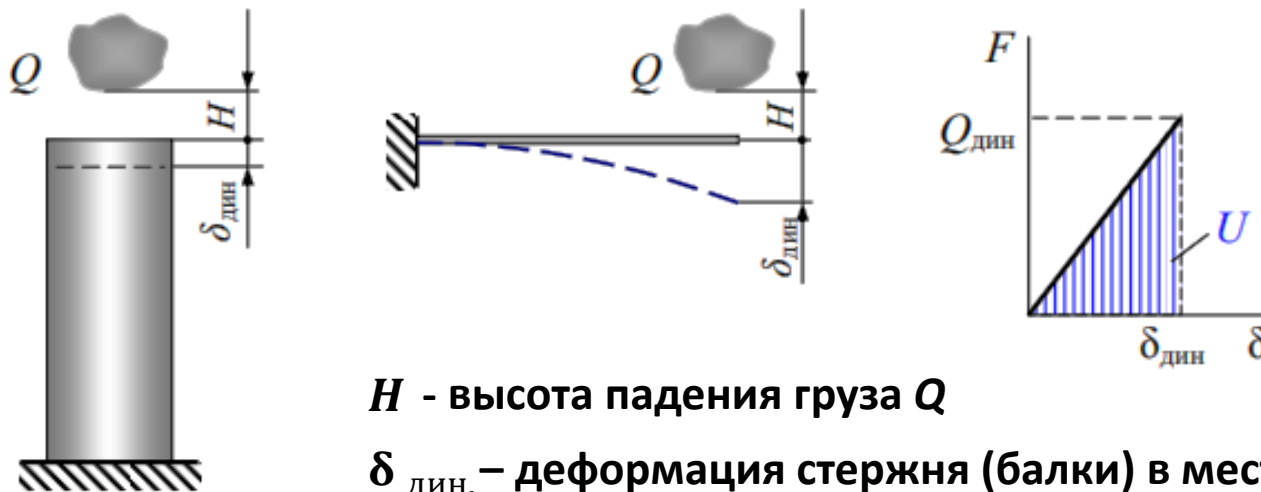
$\delta_{x,дин.}, \delta_{x,ст.}$  – динамический и статический прогиб в произвольном сечении  $x$ ;

$\delta_{дин.}, \delta_{ст.}$  – динамический и статический прогиб в точке соударения;

- масса ударяемого тела считается малой по сравнению с массой ударяющего тела;
- напряжения при ударе не превосходят предела пропорциональности так, что закон Гука при ударе сохраняет силу;
- потерей части энергии, перешедшей в теплоту колебания, пренебрегают.

## Динамический коэффициент без учета сил инерции ударяемого тела

Груз  $Q$ , падая с высоты  $H$ , деформирует систему на  $\delta_{\text{дин.}}$



$H$  - высота падения груза  $Q$

$\delta_{\text{дин.}}$  - деформация стержня (балки) в месте соударения

Работа, совершаемая грузом  $Q$  на перемещении  $(H + \delta_{\text{дин.}})$

$$W = Q (H + \delta_{\text{дин.}})$$

Сила, деформирующая стержень (балку) от момента соударения до остановки груза, изменяется от нуля до значения  $Q_{\text{дин.}}$

При этом потенциальная энергия упругой деформации стержня

$$U = \frac{1}{2} Q_{\text{дин.}} \cdot \delta_{\text{дин.}}$$

На основании закона сохранения энергии работа  $W$  внешних сил равна потенциальной энергии  $U$  системы:

$$W = U$$

$$Q \cdot H + Q \cdot \delta_{\text{дин}} = \frac{1}{2} Q_{\text{дин}} \cdot \delta_{\text{дин}}.$$

Принимая допущения

$$Q_{\text{дин}} = Q \cdot K_{\text{дин}}; \quad \delta_{\text{дин}} = \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}},$$

получим

$$Q \left( H + \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}} - \frac{1}{2} K_{\text{дин}} \cdot \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}} \right) = 0.$$

$$2H + 2\delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}} - \delta_{\text{ст}} \cdot K_{\text{дин}}^2 = 0;$$

$$K_{\text{дин}}^2 - 2K_{\text{дин}} - \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}} = 0.$$

Решая уравнение относительно динамического коэффициента, получим

$$K_{\text{дин}} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}}}.$$

Так как динамический коэффициент отрицательным быть не может, то

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}}}.$$

При свободном падении тела  $mgH = \frac{mV^2}{2}$ , откуда  $H = \frac{V^2}{2g}$ .

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{V^2}{g \cdot \delta_{\text{ст}}}}.$$

## **ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ**

**Большинство деталей машин, энергетических установок, химических аппаратов испытывают переменные напряжения, циклически изменяющиеся во времени.**

**В некоторых случаях доля циклической составляющей в общей нагрузке невелика и при расчетах на прочность не учитывается. В других случаях пренебрежение переменной составляющей нагрузки или ее неправильный учет приводит к авариям и разрушениям подчас с тяжелыми последствиями и человеческими жертвами.**

**Анализ случаев поломок машин свидетельствует о том, что большинство поломок (80–90 %) происходит вследствие усталости металлов. Этот вид разрушения металлов наблюдается при повторном и повторно-переменном действии нагрузки.**



## Усталость материалов

**Усталость** – процесс постепенного накопления повреждений под действием переменных напряжений, приводящий к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению.

**Выносливость** – свойство материала противостоять усталости. Весь диапазон чисел циклов, где возникает разрушение от переменных нагрузок, условно разбит на две области: малоцикловой и многоцикловой усталости.

**Усталостное повреждение** – необратимое изменение физикомеханических свойств материала объекта под действием переменных напряжений. Накопление повреждений начинается задолго до окончательного разрушения. Разрушение, как правило, наступает внезапно.

**Усталостное разрушение** – разрушение материала нагружаемого объекта до полной потери его прочности или работоспособности вследствие распространения усталостной трещины.

**Усталостная трещина** – частичное разделение материала под действием переменных напряжений.

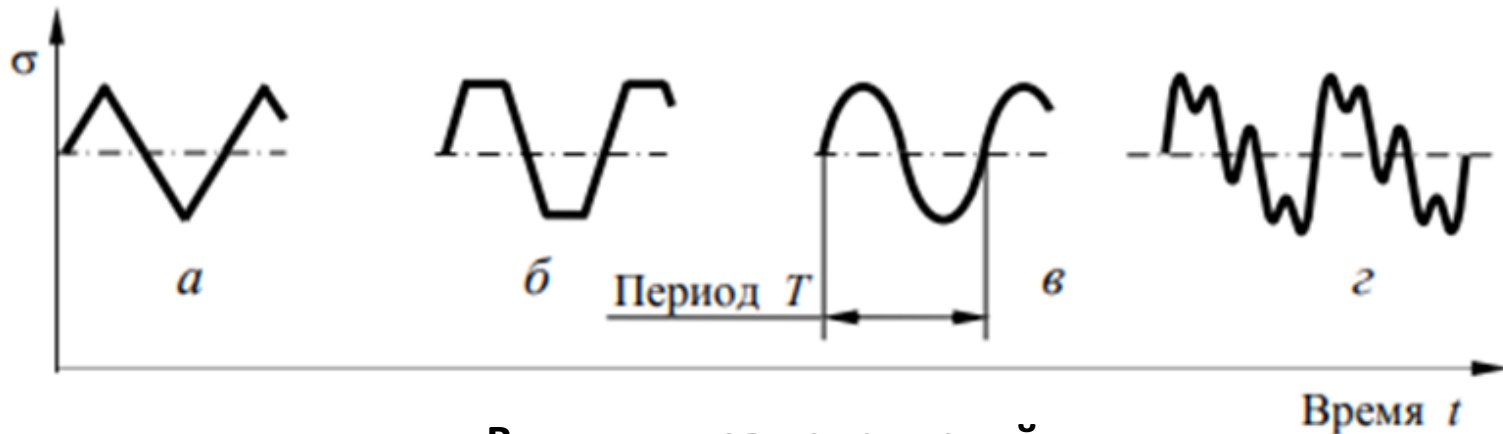
## Циклы напряжений

В подавляющем числе случаев напряжение в элементах механических систем изменяется периодически. Законы изменения во времени  $t$  переменных напряжений  $\sigma$  могут быть различными, что обусловлено кинематикой механизма и взаимодействием движущихся систем.

Совокупность последовательных значений напряжений за один период их изменения  $T$  называют **циклом напряжений**.

**Цикл** - замкнутая однократная смена напряжений, проходящих непрерывный ряд значений.

**Период** - время  $T$ , в течение которого протекает один цикл.

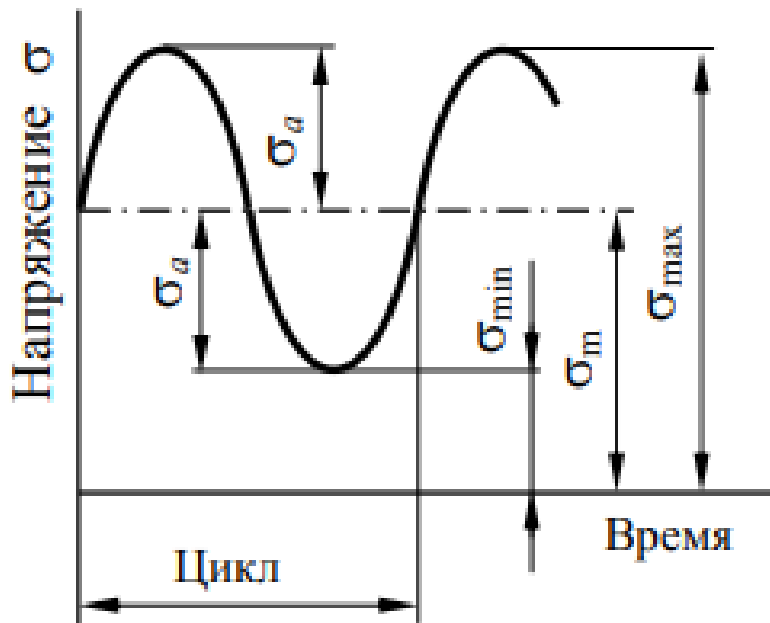


Виды циклов напряжений:

а – треугольный; б – трапецеидальный; в – гармонический; г – результат сложения трех гармонических циклов с различной частотой и амплитудой

**Максимальное напряжение цикла**  $\sigma_{\max}$  – наибольшее по алгебраическому значению напряжение цикла.

**Минимальное напряжение цикла**  $\sigma_{\min}$  – наименьшее по алгебраическому значению напряжение цикла.

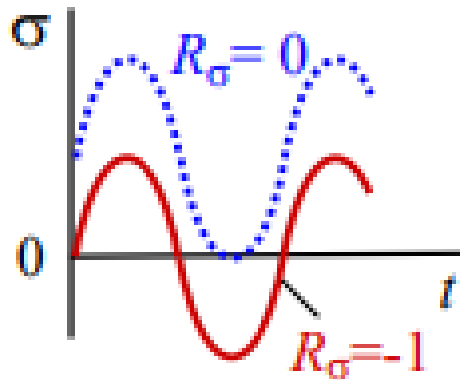


**Среднее напряжение цикла**  $\sigma_m$  – постоянная составляющая цикла напряжений, равная алгебраической полусумме максимального и минимального напряжений цикла:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}.$$

**Амплитуда напряжений цикла**  $\sigma_a$  – наибольшее числовое положительное значение переменной составляющей цикла, равной алгебраической полуразности максимального и минимального напряжений цикла :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$



**Коэффициент асимметрии цикла напряжений  $R_\sigma$**  – отношение минимального напряжения цикла к максимальному

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

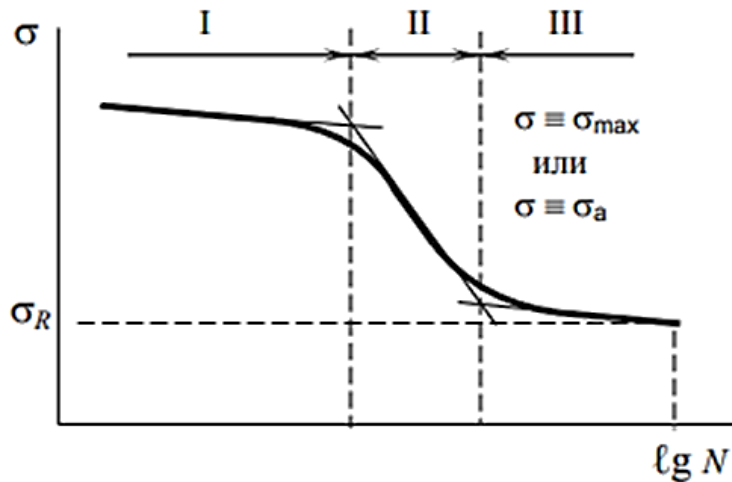
При испытаниях на выносливость наиболее употребительны симметричный и отнулевой циклы.

**Симметричный цикл напряжений** – цикл, у которого максимальное и минимальное напряжения равны по абсолютному значению, но противоположны по знаку  $R_\sigma = -1$

**Отнулевой цикл напряжений** – знакопостоянный цикл напряжений, изменяющихся от нуля до максимума  $R_\sigma = 0$

## Кривая усталости и предел выносливости

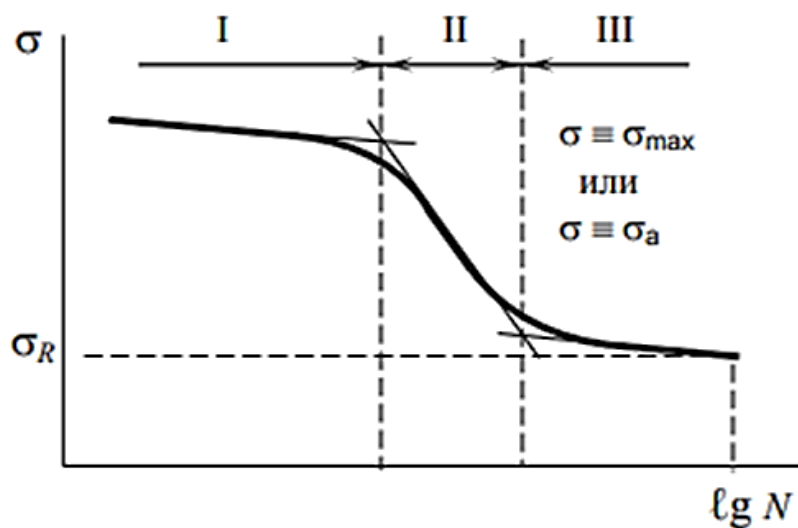
**Кривая усталости** – график, характеризующий зависимость между максимальными напряжениями  $\sigma_{max}$  или амплитудами цикла  $\sigma_a$  и циклической долговечностью  $N$  одинаковых образцов, построенный при фиксированном среднем напряжении цикла  $\sigma_m = const$ , или при заданном коэффициенте асимметрии цикла напряжений  $R = const$ .



**Кривую усталости** представляют как в полулогарифмических ( $\sigma - \lg N$ ), так и в двойных ( $\lg \sigma - \lg N$ ) логарифмических координатах (реже).

Благодаря особенности логарифмической шкалы на ней можно отложить циклическую долговечность, исчисляемую как единицами, так десятками и сотнями миллионов циклов без потери физической сущности явления.

Зависимость между действующими напряжениями и числом циклов до разрушения имеет вид, называемый в литературе S-образным, что обусловлено наличием на кривой усталости двух перегибов и трех основных участков, отличающихся типом разрушения



Характерные участки кривой усталости при асимметричном нагружении

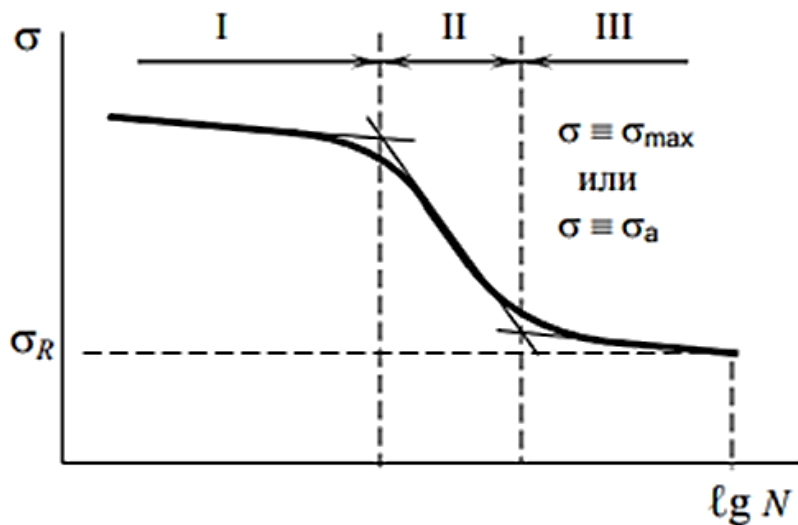
**В пределах I-го участка** происходит выделение и накопление односторонней деформации, приводящей к разрушению, по всем признакам аналогичному статическому растяжению. Из-за этого участок получил название участка (области) квазистатического разрушения. Протяженность I-го участка зависит от характеристик прочности и пластичности, коэффициента асимметрии цикла напряжений и составляет от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч циклов. При симметричном цикле напряжений ( $R = -1$ ) участок I вырождается.

### **В пределах участка III-го участка**

остаточное удлинение  $\delta$  и сужение  $\psi$  почти отсутствуют ( $\psi \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0$ ). Разрушение имеет хрупкий характер и происходит от усталостной трещины (усталостное разрушение). В некоторых случаях участок кривой усталости переходит в горизонтальную линию, соответствующую пределу выносливости  $\sigma_R$ .

Этот участок получил название участка (области) **многоциклового усталости**.

**Многоцикловая усталость** – усталость материала, при которой усталостное повреждение или разрушение происходит в основном при упругом деформировании.



Характерные участки кривой усталости при асимметричном нагружении

На участке II происходит переход от квазистатического типа разрушения (участок I) к усталостному (участок III). Для участка II характерны признаки двух типов разрушения: хрупкого от усталостной трещины и вязкого – от накопленной односторонней деформации. На фоне развитой шейки можно наблюдать трещины разной длины и степени раскрытия. Этим участком ограничивается область малоциклового усталости.

**Малоцикловая усталость** – усталость материала, при которой усталостное повреждение или разрушение происходит при упругопластическом деформировании.

**Предел выносливости  $\sigma_R$**  – максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостное разрушение до базы испытаний.

Для симметричного цикла  $\sigma_R \equiv \sigma_{-1}$ .

Для отнулевого цикла  $\sigma_R \equiv \sigma_0$ .

**База испытаний** – предварительно задаваемая наибольшая продолжительность испытаний на усталость. Для черных металлов принята база, равная  $10^7$  циклов; для цветных металлов –  $10^8$  циклов. Иногда для оценки усталостной прочности назначают другую базу испытаний, например  $10^4$  или  $10^5$ . Тогда определяют ограниченный предел выносливости, соответствующий заданному числу циклов.

Предел выносливости определяют по результатам испытаний. Природа накопления усталостных повреждений такова, что результаты испытаний могут иметь значительный случайный разброс, на порядок и более. Для получения достоверных характеристик прочности материала при циклическом нагружении требуется от нескольких десятков до нескольких сотен однотипных образцов. Метод трудоемок и продолжителен по времени. Так, при испытании на изгиб с вращением при частоте нагружения  $n = 3000$  об/мин для наработки базы испытаний  $10^7$  циклов одним образцом требуется 3333 минуты, или 55,5 часов, или 2,3 суток при безостановочной работе. Полный цикл испытаний занимает несколько недель или месяцев.

Разработаны ускоренные методы испытаний, а также предлагаются эмпирические зависимости, устанавливающие связь предела выносливости с характеристиками прочности и пластичности.



## РАСЧЕТЫ НА ВЫНОСЛИВОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Факторы, влияющие на усталостную прочность:

- 1) концентрация напряжений;
- 2) абсолютные размеры детали (масштабный фактор);
- 3) качество обработки поверхности и состояние поверхностного слоя;
- 4) состояние макро- и микроструктуры изделия;
- 5) состояние внешней среды: температура, облучение, агрессивность;
- 6) технологические методы упрочнения.

В связи с этим расчеты на усталость выполняют, как правило, поверочные.

Вычисляют предел выносливости  $\sigma_{-1д}$  реальной детали, ориентируясь на предел выносливости  $\sigma_{-1}$  лабораторного образца (гладкого, полированного), полученный в результате статистической обработки результатов экспериментов:

$$\sigma_{-1д} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{K},$$

где  $K$  – коэффициент, учитывающий влияние перечисленных выше факторов.

Вычисляют коэффициенты запаса прочности отдельно по нормальным напряжениям при растяжении или изгибе и по касательным напряжениям при кручении:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m}, \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m}.$$

В случае одновременного действия нормальных и касательных напряжений общий коэффициент запаса прочности находят с учетом обоих частных коэффициентов

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

Деталь считают работоспособной, если  $n \geq [n]$ .

- Нормативный запас прочности  $[n]$**  может зависеть от следующих факторов:
- 1) достоверной точности определения усилий и напряжений и напряжений;
  - 2) однородности материала;
  - 3) культуры производства и технологии изготовления детали;

В зависимости от перечисленных выше факторов выделяют **три группы значений допускаемого коэффициента запаса прочности** при расчетах на выносливость:

- 1) группа  $[n] = 1,3-1,5$  назначается при повышенной точности расчета с использованием экспериментальных данных определения усилий для деталей, изготовленных из однородного материала при качественной технологии и высокой культуре производства (например, коленчатые валы);
- 2) группа  $[n] = 1,5-2$  назначается при недостаточно полном объеме экспериментальной информации о нагрузках и прочности детали, при среднем уровне культуры производства, но в условиях систематического дефектоскопического контроля;
- 3) группа  $[n] = 2-3$  назначается при малом объеме или отсутствии экспериментальной информации, высоком уровне производства.